

Тестирование Scilab с помощью тестовых данных EUROMETROS

Сайт EUROMETROS <http://www.eurometros.org/> содержит алгоритмы, прикладные программы и наборы данных, которые можно использовать для решения метрологических задач. "Эталонные" наборы данных можно найти по ссылке:

http://www.eurometros.org/component_search.php?component_type=test+data

Использование этих данных обусловлено необходимостью иметь независимые от использованных "эталонных" данных (Statistical Reference Datasets NIST) оценки точности вычислений в ПО. Для тестирования Scilab были использованы два набора данных из EUROMETROS: SSfM1 Data Sets - Sample Standard Deviation и SSfM1 Reference Data Sets - Linear Regression. В первом наборе представлены данные со следующими параметрами: среднее изменяется от 1 до 10000, СКО- от 1 до 10000. Во втором наборе представлены данные для процедуры линейной регрессии.

Процедура проверки точности вычисления среднего и СКО с помощью набора данных EUROMETROS выглядит следующим образом:

Дан набор данных $\{x_i: i = 1, \dots, m\}$. Среднее вычисляется по формуле: the sample mean for the data set is defined by

$$\bar{x} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_i,$$

а СКО:

$$s = \sqrt{\frac{1}{m-1} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2}$$

Шаг 1. Получить компьютерную точность вычисления η^{test} с которой работает тестируемая программа.

$$\text{Установить } \eta^{\text{test}} = \max\{\eta^{\text{test}}, 10^{-16}\}.$$

Шаг 2. Выбрать "эталонный" набор данных, соответствующий поставленной задаче (данном случае – оценка точности вычисления среднего и СКО). Перейти к таблице соответствующих наборов и выбрать файл с данными с расширением (.dat). Этот файл содержит набор величин $x_i, i = 1, \dots, m$.

Шаг 3. Перейти к таблице наборов и открыть дополнительный файл с расширением (.aux), соответствующий файлу с расширением (.dat). Этот файл содержит значения "эталонных" среднего \bar{x}^{ref} , СКО - s^{ref} , степень сложности задачи $K(\bar{x})$ для вычисления среднего, степень сложности задачи $K(s)$ для вычисления СКО. Эти данные расположены в файле в следующем порядке : $\bar{x}^{\text{ref}}, s^{\text{ref}}, K(\bar{x}), K(s)$.

Шаг 4. Вычисление среднего и СКО с помощью Scilab : $\bar{x}^{\text{test}}, s^{\text{test}}$

Шаг 5. Вычисление относительной разности между тестовым и "эталонным" результатом.

$$d(\bar{x}) = \frac{|\bar{x}^{\text{test}} - \bar{x}^{\text{ref}}|}{|\bar{x}^{\text{ref}}|}, \quad d(s) = \frac{|s^{\text{test}} - s^{\text{ref}}|}{|s^{\text{ref}}|}.$$

Шаг 6. Вычисление исполнительной характеристики.

$$P(\bar{x}) = \log_{10} \left(1 + \frac{d(\bar{x})}{K(\bar{x})\eta} \right), \quad P(s) = \log_{10} \left(1 + \frac{d(s)}{K(s)\eta} \right).$$

Исполнительная характеристика даёт количество дополнительных цифр, которые характеризуют потерю точности по сравнению с "эталонными" данными.

Согласно вышеописанной процедуре, была написана программа на языке Scilab для вычисления данных характеристик. Текст программы и результаты приведены ниже.

Текст программы:

```
clear
format('e',25);
//-----
x=read('file25.dat',-1,1); // read reference sample data from
file*.dat
sred=mean(x); // sample mean
dis=stdev(x); //sample standart deviation
//-----
//----obtain computational precision
u = 1;
while 1 + u > 1
h = u;
u = u/2;
end
```

```

//---Obtain reference constants corresponding to the selected
reference data set.
rf=read('file25.aux',-1,4); //
dyd=abs(dis-rf(2))/abs(rf(2));
dysr=abs(sred-rf(1))/abs(rf(1));
//-----Calculate performance measures-----

px=log10(1+dysr/(rf(3)*h));
ps=log10(1+dyd/(rf(4)*h));

```

Результаты вычислений для всех файлов приведены ниже:

\bar{x}^{ref}	s^{ref}	$d(\bar{x})$	$d(s)$	$P(\bar{x})$	$P(s)$	filename
1.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.176	file11
1.000	10.000	0.000	0.000	0.000	0.000	file12
1.000	100.000	0.000	0.000	0.004	0.215	file13
1.000	1000.000	0.000	0.000	0.022	0.180	file14
1.000	10000.000	0.000	0.000	0.007	0.000	file15
10.000	1.000	0.000	0.000	0.255	0.000	file21
10.000	10.000	0.000	0.000	0.000	0.000	file22
10.000	100.000	0.000	0.000	0.033	0.000	file23
10.000	1000.000	0.000	0.000	0.003	0.180	file24
10.000	10000.000	0.000	0.000	0.007	0.000	file25
100.000	1.000	0.000	0.000	0.000	0.009	file31
100.000	10.000	0.000	0.000	0.000	0.000	file32
100.000	100.000	0.000	0.000	0.000	0.000	file33
100.000	1000.000	0.000	0.000	0.000	0.000	file34
100.000	10000.000	0.000	0.000	0.040	0.000	file35
1000.000	1.000	0.000	0.000	0.180	0.015	file41
1000.000	10.000	0.000	0.000	0.000	0.000	file42
1000.000	100.000	0.000	0.000	0.000	0.027	file43
1000.000	1000.000	0.000	0.000	0.000	0.000	file44
1000.000	10000.000	0.000	0.000	0.000	0.000	file45
10000.000	1.000	0.000	0.000	0.260	0.016	file51
10000.000	10.000	0.000	0.000	0.000	0.006	file52
10000.000	100.000	0.000	0.000	0.260	0.011	file53
10000.000	1000.000	0.000	0.000	0.000	0.022	file54
10000.00	10000.000	0.000	0.000	0.260	0.000	file55

Анализируя исполнительные характеристики для среднего и СКО, можно сделать вывод, что не происходит потеря точности вычислений по сравнению с "эталонными" данными.

Кроме того была исследована потеря точности вычислений при линейной регрессии.

Процедура проверки точности вычисления в случае линейной регрессии с помощью набора данных EUROMETROS выглядит следующим образом:

Дан набор "эталонных" данных $\{(x_i, y_i): i = 1, \dots, m\}$ и модель линейной зависимости :

$$f(x, b_1, b_2) = b_1 + b_2 x.$$

параметры b_1 и b_2 ищутся методом наименьших квадратов

$$\min_{b_1, b_2} \sum_{i=1}^m (b_1 + b_2 x_i - y_i)^2,$$

или, что эквивалентно:

$$\min_{b_1, b_2} \|A\mathbf{b} - \mathbf{y}\|_2^2,$$

где A -матрица наблюдений

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_m \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{b} = (b_1, b_2)^T, \quad \mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_m)^T$$

Шаг 1. Получить компьютерную точность вычисления η^{test} с которой работает тестируемая программа.

Установить $\eta^{\text{test}} = \max\{\eta^{\text{test}}, 10^{-16}\}$.

Шаг 2. Выбрать файл с нужным количеством данных ($m = 5, 50$ and 100), значением шума и медианой. Открыть файл с расширением(.dat). Этот файл содержит список величин $x_i, i = 1, \dots, m$, и разделённый пустой строкой список величин $y_i, i = 1, \dots, m$.

Шаг 3. Получить эталонные константы, соответствующие данным этого файла с расширением (.aux). Этот файл содержит значения параметров

$\mathbf{b}^{\text{ref}} = (b_1^{\text{ref}}, b_2^{\text{ref}})^T$, количество данных в файле - m , the величину смоделированного шума - ns , медиану величины x - x_{med} , и степень сложности проблемы $K(\mathbf{b})$. Эти величины расположены в файле в следующем порядке: $b_1^{\text{ref}}, b_2^{\text{ref}}, m, ns, x_{\text{med}}, K(\mathbf{b})$.

Шаг 4. Получение результатов теста с помощью Scilab для выбранных "эталонных" данных. $\mathbf{b}^{\text{test}} = (b_1^{\text{test}}, b_2^{\text{test}})^T$.

Шаг 5. Вычисление относительной разницы между тестовыми и "эталонными" данными.

$$d(\mathbf{b}) = \frac{\|\mathbf{b}^{\text{test}} - \mathbf{b}^{\text{ref}}\|}{\|\mathbf{b}^{\text{ref}}\|} \quad \text{где} \quad \|\mathbf{b}\| = \sqrt{b_1^2 + b_2^2}.$$

Шаг 6. Вычисление исполнительной характеристики.

$$P(\mathbf{b}) = \log_{10} \left(1 + \frac{d(\mathbf{b})}{K(\mathbf{b})\eta} \right)$$

Текст программы, реализующий эту процедуру и некоторые результаты приведены ниже:

```
// Clear windows, memory and screen
xdel(winsid()); clear; clc
format('e',25);
//-----
x1=read('file553.dat',-1,1); // read reference sample data from
file*.dat
s=length(x1); //
m=s*0.5; //sample standart deviation
x=x1(1:m);
y=x1(m+1:s);
//-----
//----obtain computational precision
u = 1;
while 1 + u > 1
h = u;
u = u/2;
end
//Obtain reference constants corresponding to the selected
reference data set.
rf=read('file553.aux',-1,6); //
[a,b,sig]=reglin(x',y');
ab=sqrt(a^2+b^2);
arbr=sqrt(rf(1)^2+rf(2)^2)
dyd=abs(ab-arbr)/abs(arbr);
//-----Calculate performance measures-----
px=log10(1+dyd/(rf(6)*h));

// Plot the original data
subplot(1,2,1)
histplot(10,y)
//fitted data
yt=b+a*x;
subplot(1,2,2)
plot(x,yt,2)
plot2d3(x,y,5)
```

Программа строит гистограмму распределения эталонных данных и график зависимости для эталонных и фитированных данных.

Файл с результатами расчётов Scilab при использовании линейной регрессии

ns	X_{med}	$K(b)$	m	file
9.999999999999999124D-06	1.0000000000000000D+00	0.0000000000000000D+00	5	111
9.999999999999999124D-06	1.0000000000000000D+00	2.160748179583260042D-01	50	112
9.999999999999999124D-06	1.0000000000000000D+00	1.613292438648377403D-01	100	113
1.000000000000000048D-04	1.0000000000000000D+00	0.0000000000000000D+00	5	121
1.000000000000000048D-04	1.0000000000000000D+00	0.0000000000000000D+00	50	122
1.000000000000000048D-04	1.0000000000000000D+00	0.0000000000000000D+00	100	123
1.000000000000000021D-03	1.0000000000000000D+00	0.0000000000000000D+00	5	131
1.000000000000000021D-03	1.0000000000000000D+00	0.0000000000000000D+00	50	132
1.000000000000000021D-03	1.0000000000000000D+00	0.0000000000000000D+00	100	133
1.000000000000000056D-01	1.0000000000000000D+00	2.823897939471606278D-01	100	153
1.000000000000000021D-02	1.0000000000000000D+00	0.0000000000000000D+00	100	143
9.999999999999999124D-06	1.0000000000000000D+01	8.851765016638195316D-03	100	213
1.000000000000000048D-04	1.0000000000000000D+01	1.763252322390879145D-02	100	223
1.000000000000000021D-03	1.0000000000000000D+01	1.362408055311045176D-02	100	233
1.000000000000000021D-02	1.0000000000000000D+01	1.671325912236218186D-03	100	243
1.000000000000000056D-01	1.0000000000000000D+01	2.954189836135366620D-02	100	253
9.999999999999999124D-06	1.0000000000000000D+02	1.573537450959641010D-03	100	313
1.000000000000000048D-04	1.0000000000000000D+02	1.752806786934242849D-04	100	323
1.000000000000000021D-03	1.0000000000000000D+02	1.120216523493559532D-03	100	333
1.000000000000000021D-02	1.0000000000000000D+02	2.588762592156784205D-03	100	343
1.000000000000000056D-01	1.0000000000000000D+02	8.553336273292541647D-02	100	353
9.999999999999999124D-06	1.0000000000000000D+03	1.922365060271976093D-04	100	413
1.000000000000000048D-04	1.0000000000000000D+03	1.462895918061325176D-03	100	423
1.000000000000000021D-03	1.0000000000000000D+03	3.733201732631240190D-03	100	433
1.000000000000000021D-02	1.0000000000000000D+03	5.125349375310814075D-03	100	443
1.000000000000000056D-01	1.0000000000000000D+03	3.418230010815858505D-02	100	453
9.999999999999999124D-06	1.0000000000000000D+04	2.237944887538218224D-03	100	513
1.000000000000000048D-04	1.0000000000000000D+04	4.424978280581037772D-04	100	523
1.000000000000000021D-03	1.0000000000000000D+04	3.993862401530133555D-02	100	533
1.000000000000000021D-02	1.0000000000000000D+04	5.462144312470739171D-01	100	543
1.000000000000000056D-01	1.0000000000000000D+04	1.802958322482536069D+00	100	553

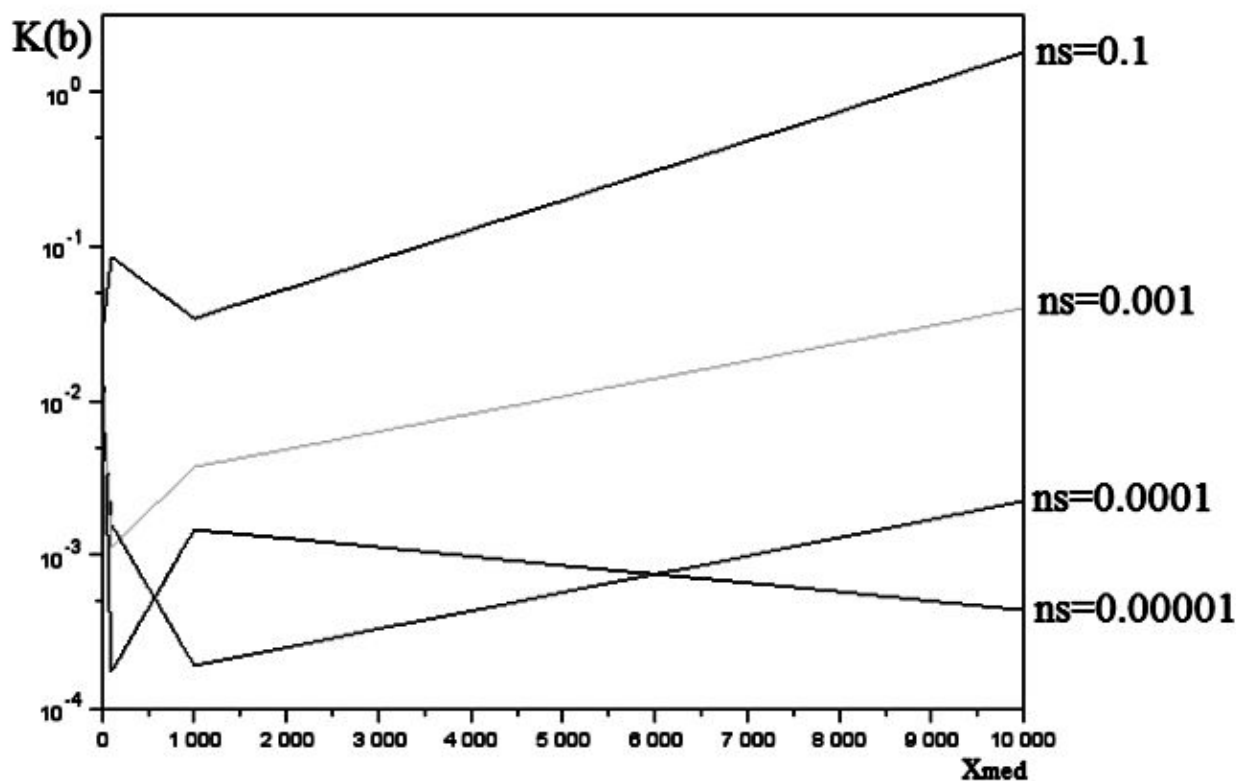


Рис.1 Зависимость величины коэффициента исполнения от X_{med} для разных значений шума ns.

На рисунке 2 приведены гистограмма распределения эталонных данных и график зависимости для эталонных и фитированных данных, полученные для данных из файла 553.

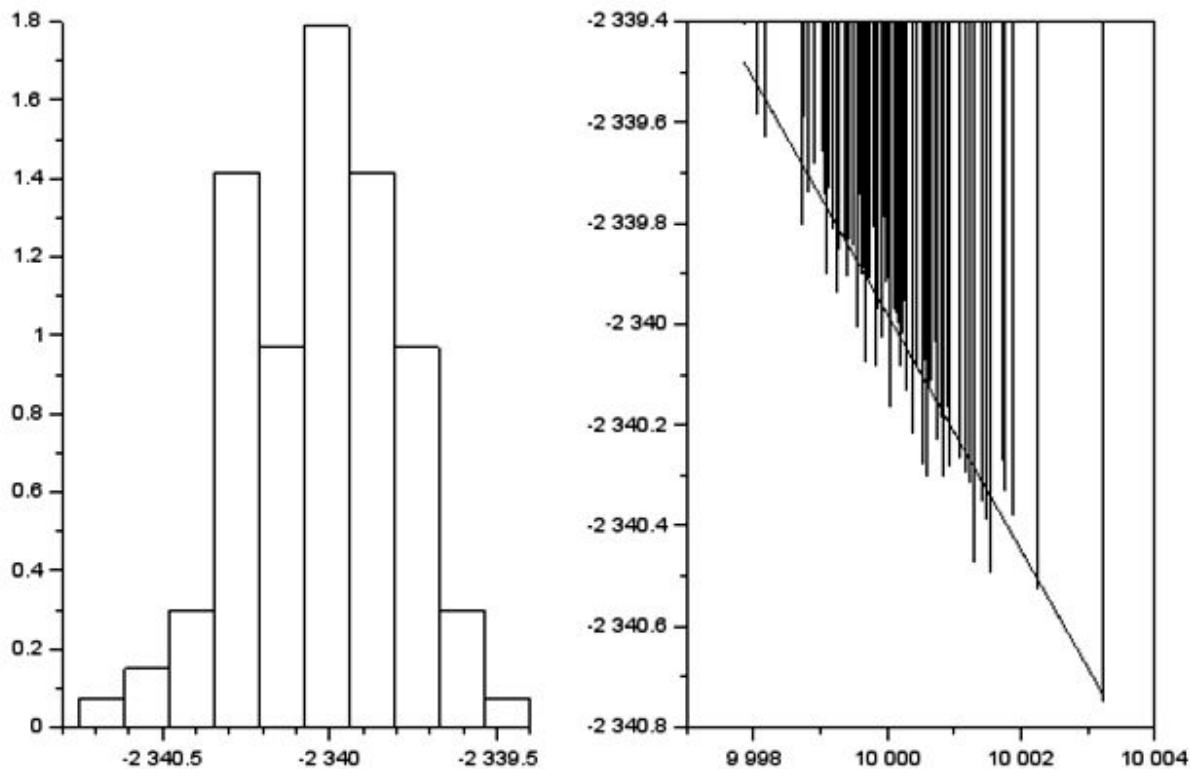


Рис.2 Гистограмма распределения эталонных данных и графики зависимости для эталонных и фитированных данных (файл 553).

Как видно из приведённых данных, потери точности при вычислениях в Scilab не происходит. Только в случае обработки данных файла 553 наблюдается потеря точности (потеря двух значащих цифр).